

We gaan verder waar we gisteren gebleven zijn. De docent vat de les van gisteren kort samen: wat hebben we ook alweer gedaan?

Er wordt gebruikgemaakt van het smartboard om een drietal opgaven terug te halen; twee zijn een permutatie, de ander een 'macht'. Dat wordt echter nog niet verteld. Op de volgende slide wordt weergegeven dat twee groepjes de drie opgaven op een verschillende wijze gecategoriseerd hebben: eentje heeft het correct gedaan, de ander niet (maar dat wordt ook met opzet nog niet verteld). De groepjes worden om uitleg gevraagd. Een leerling van het 'foute groepje' legt uit dat het verschil zit in "volgorde versus trekken". Hier komt verder geen reactie op uit de klas. Dan legt een leerling van het 'correcte groepje' uit: het gaat om "alle dingen gebruiken", en dus "een volledig boomdiagram", ten opzichte van "niet het volledige boomdiagram". Dit lijkt op het verschil te duiden tussen een faculteitsboom (waarbij je alle objecten op volgorde zet) en een permutatie (waarbij ook objecten ongebruikt mogen blijven). Dit wordt verder niet echt uitgewerkt. Vervolgens zegt een leerling: "het is anders omdat je *terugstopt*. Dan kan ie nog een keer gekozen worden". De leerling legt uit dat je bij het maken van een rijtje niet een jongen op plaats 1 en 3 kan doen. Een mooie observatie!

De docent reageert enthousiast en maakt een categorisatie op het bord op basis van 'terugstopping': wel of niet. De docent vraagt de klas vervolgens naar het effect van terugstopping. Een leerling legt uit dat het boomdiagram dan kleiner wordt: je kan niet meerdere keren "dezelfde kiezen". Een andere leerling vult aan: "met terugstopping heb je meer opties". Mooi, daar zijn we dus goed uitgekomen! Of de hele klas het precies begrijpt betwijfel ik nog wel een beetje, maar voor nu lijkt het aardig aan te komen.

We gaan door naar de volgende slide: een opgave met terugstopping. Vier kinderen moeten ieder een kamer kiezen om in te slapen, met een keus uit twee, waarbij iedereen telkens uit beide kamers kan blijven kiezen. Het blijkt een lastige opgave te zijn. Iedere kamer heeft vier bedden, en die worden niet teruggestopt; dat levert verwarring op.

Een leerling merkt op dat dit over mensen gaat, en niet meer over knikkers. De docent vraagt of dat een fundamenteel verschil is; hier komt niet zo'n eenduidig antwoord op naar mijn idee. De volgende slide: een groepje vond dat het allemaal gewoon op volgorde zetten is, terwijl een ander groepje vond dat deze opgave hoort bij "volgorde met herhaling". Een leerling uit dat groepje geeft aan dat het zowel met als zonder terugleggen is. Ondertussen kijken een paar leerlingen om mij heen een beetje ongeïnteresseerd rond. Later doen ze wel weer mee.

Er ontstaat een hevige discussie over of er nu wel of niet sprake is van terugstopping. Een leerling merkt op dat je een kind maar 1 keer gebruikt, en dat het dus geen terugstopping is. Daarna gaat het telkens over de bedden: die stop je ook niet terug. De docent stipt de vraag aan of het een andere manier zou zijn als je de kinderen in 1 kamer herverdeelt over de bedden. Hij doet vervolgens een "experiment". Hij vraagt een leerling: wil jij boven of beneden slapen? De leerling antwoordt "beneden". De volgende wordt ook gevraagd waar zij wil slapen: "ook beneden". Hmm. De docent vraagt: kunnen ze nu dan dus wel of niet dezelfde keuze maken? Een leerling merkt op: "ja maar de derde heeft dan wel een keuze minder". Nee, zegt iemand, want iedere kamer heeft 4 bedden. "O ja."

We gaan weer naar de volgende slide. Hier staan twee opgaven, waarvan de eerste een combinatie en de tweede een permutatie is. Beide “met terugstopping” dus. De eerste opgave betreft het kiezen van drie leerlingen uit vijf; een docent moet bepalen wie er meedoen aan een project. Een leerling vindt dat het met terugstopping is, aangezien je steeds mag kiezen uit wel of niet meedoen. Deze leerling neemt dus het perspectief van de gekozen objecten, niet van de persoon die feitelijk kiest. De docent legt uit dat dat niet helemaal klopt; als de eerste drie leerlingen meedoen aan het project, dan heeft de vierde niet meer die optie.

Vervolgens gaat het over het verschil tussen de combinatie-opgave van hierboven en een permutatie-opgave. Bij de permutatie-opgave gaat het om drie uit vijf parkeerplaatsen kiezen, maar door er verschillende auto's op te zetten is de volgorde nu wel van belang. Mijn groepje had hier een onderscheid tussen, maar weet geen zinnige uitleg te produceren. De docent laat vervolgens zien dat verschillende groepjes antwoorden voor beide vragen hadden gevonden; die kwamen niet overeen. Toch zijn ze allebei goed, hoe komt dat? Een leerling probeert het uit te leggen, maar ik kan weinig soep koken van zijn redentatie.

De docent doet weer een experiment. Hij moet drie leerlingen kiezen uit een stelletje van vijf. Hij selecteert er drie en zet ze voor het bord. Dan gaan de leerlingen parkeren (zoals bij de permutatie-vraag): eentje hier, eentje daar en eentje daar. Hij vraagt de klas: “staan ze zo mooi geparkeerd?” Nee, vindt men. Oke, dan opnieuw parkeren: “jij en jij nu omdraaien”. Nu staan ze anders geparkeerd. “Owwwww.” De docent vat samen: heb ik nu een andere groep gekozen? Nee, dat niet. Hmm, waar zit het verschil nou dan? “Een groep in een andere volgorde zetten verandert de groep niet.” Mooi, dit lijkt echt aan te slaan! Het idee dat de volgorde soms wel en soms niet van belang is lijkt nu echt aan te komen.

De docent categoriseert op het bord de categorie “niet-terugstopping” nu in twee stukken: “volgorde is hetzelfde” en “volgorde is anders”. Ik had wat moeite met het begrijpen van deze omschrijvingen, en zou liever “volgorde is niet van belang” in plaats van “volgorde is hetzelfde” hebben gehanteerd.

De volgende slide. Vier verschillende auto's moeten verdeeld worden onder drie meisjes. Op hoeveel manieren kan dit? Er wordt gezegd dat de auto's niet teruggestopt worden, maar de meisjes wel. Waar gaat het nu om? De docent geeft als tip: “Leef je in. Aan wie geef je de auto's? Kies je auto's of kies je meisjes?” Uiteindelijk komen we op het goede antwoord uit.

Dan nog even snel eentje waarbij een bestuur gekozen moet worden. Iedereen vindt dat het zonder terugstopping is: mooi. De meerderheid geeft aan dat de volgorde van belang is (correct).

De les is bijna afgelopen. Er wordt huiswerk opgegeven: bedenk zelf opgaven met ijsjes in iedere categorie. Ik betwijfel of de opdracht bij iedereen goed is aangekomen.

Het was een mooie les, waarbij met name de “experimenten” zeer verhelderend waren!